

# Formelsammlung für Bauteile ET I und II

## Stromleitung in Festkörpern (S3):

$$V_e = b_e * E$$

$$J = \frac{I}{A}$$

$$R = J * \frac{l}{A}$$

$$J = c * E$$

$$c = e * b_e * n_e$$

$b_e$  : Elektronenbeweglichkeit

$J$  : Stromdichte

$c$  : Spezifische \_Leitfähigkeit \_des \_Materials

$J$  : spezifischer \_Widerstand  $d : \frac{\Omega \text{mm}^2}{m}$

$e$  : Elementarladung  $= 1,6 * 10^{-19} \text{As}$

$b_e$  : Beweglichkeit

$n_e$  : Elektronendichte  $\left[ \frac{1}{m^3} \right]$

## Metalle:

$$J(T) = J_s + J_r(T)$$

$J_s$  : Störstellen

$J_r(T)$  : Temperaturabhängig

$$J(T_0 + \Delta T) = J(T_0) * (1 + TK * \Delta T)$$

$TK$  : relativer \_Temperaturkoeffizient \_von \_ $J \left[ \frac{1}{K} \right]$

$$TK = \frac{1}{J(T_0)} * \frac{dJ}{dT}$$

Bei konstanter Geometrie gilt:  $R(T) \sim \vartheta(T)$ :

$$R(T_0 + \Delta T) = R(T_0) * (1 + TK * \Delta T)$$

## Reihenschaltung von Widerständen mit unterschiedlichem TK:

$$TK_G = \frac{R_1 TK_1 + R_2 TK_2}{R_1 + R_2}$$

## Parallelschaltung von Widerständen mit unterschiedlichem TK:

$$TK_{rG} = \frac{R_2 * TK_{r1} + R_1 * TK_{r2}}{R_1 + R_2}$$

## Wärmeleitung:

$$\Delta T = P_w * \frac{1}{I} * \frac{l}{A}$$

$$R_{Th} = \frac{\Delta T}{P_w}$$

$$I = \frac{l}{A} * \frac{1}{R_{Th}}$$

$$[I] = \frac{W}{K * m}$$

$$[R_{Th}] = \frac{K}{W}$$

Ohmsches Gesetz:

$$T_1 - T_2 = P_w * R_{Th}$$

Konvektion:

$$P_W = \Delta T * A_{\square} * \underset{=\frac{1}{R_{TH}}}{a}$$

Strahlung:

$$P_W = s * A * C * (T_1^4 - T_0^4) \quad s = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 * K^4}$$

### Thermisches Verhalten:

$$T_j = P_W * (R_{THjc} + R_{THca}) + T_a$$

$$t = R_{TH} * C_{TH}$$

$$R_{TH} = \frac{T_j - T_a}{P}$$

$T_j$  : Bauteil – Innentemperatur

$T_c$  : Bauteilgehäuseoberfläche

$T_a$  : Umgebungstemperatur

$R_{THjc}$  : Bauteilinnen \_ Gehäuseoberfläche

$R_{THja}$  : Bauteilinnen \_ umgebende \_ Luft

$R_{THca}$  : Kühlkörper(bauteilseitig) \_ umgebende \_ Luft

### Wärme Speicherung:

$$P_W = C_{TH} * \frac{dT}{dt}$$

$$C_{TH} = m * c$$

$$C_{TH} : \text{Wärmekapazität} [C_{TH}] = \frac{W}{\frac{K}{s}} = \frac{Ws}{K}$$

$$c : \text{spezifische _ Wärme} [c] = \frac{Ws}{kg * K}$$

Einschalten der Wärmequelle:

$$T_j(t) = T_a + \left( \underset{R_{TH} * R_W}{T_{\infty} - T_a} \right) \left( 1 - e^{-\frac{t}{t}} \right)$$

$t$  : Zeitkonstante [s]

$$t = R_{TH} * C_{TH}$$

gepulste Leistung: (Scheitelwert P , Pulszeit  $t_p$  , Periodendauer T , Tastverhältnis  $\delta = t_p/T$ )

$$T_{\infty} = T_0 + R_{TH} * \hat{P}$$

$$T_M = T_0 + d * \hat{P} * R_{TH}$$

$$T_{\max} = T_0 + \frac{1 - e^{-\frac{t_p}{T}}}{1 - e^{-\frac{T}{T}}} * R_{TH} * \hat{P}$$

dynamischer \_ Wärmewiderstand  
thermische \_ Impedanz  $z_{TH}$

## Diode:

$$I = I_{DO} * e^{\frac{U}{m * U_T}}$$

$$U_T = \frac{K * T}{e}$$

$$r_D = \frac{m * U_T}{I}$$

$U_T$  = Temperatur \_ Spannung

$K$  = Boltzmannkonstante

$e$  = Elementarladung

$T$  = Temperatur

$m$  = Korrekturfaktor (1 - 2)

## Z-Diode:

Spannungsstabilisierungsschaltung:

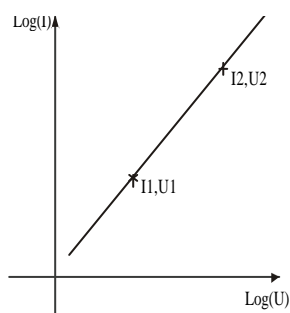
$$\frac{U_2}{U_0} = \frac{r_D}{r_D + R_V} \text{ Stabilisierungsfaktor}$$

## Varistor , VDR (Volt dependent resistor):



$$I = K * U^a$$

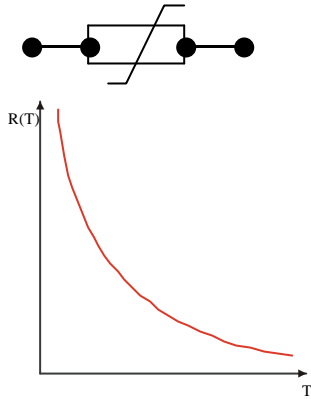
$$r_D = \frac{1}{K * a * U^{a-1}} = \frac{1}{a} * \frac{U}{I}$$



$$\log(I) = \log K + a \log(U)$$

$$a = \frac{\log \frac{I_2}{I_1}}{\log \frac{U_2}{U_1}}$$

## NTC – temperaturabhängiger Widerstand (negative temperature coefficient):



$$R(T) = A * e^{\frac{B}{T}}$$

$$[R_{TH}] = \frac{K}{W}$$

$$R(T) = R(T_0) * e^{B \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right)}$$

$$TK = \frac{1}{T_{Dek} * \log(e)}$$

### Bestimmung von B und R(T<sub>0</sub>) aus 2 Meßpunkten:

$$B = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}} * \ln \left( \frac{R(T_1)}{R(T_2)} \right) \quad [B] = K$$

### NTC mit Berücksichtigung der Eigenerwärmung:

$$P_{NTC} = I^2 * R_{NTC} = U^2 * \frac{1}{R_{NTC}}$$

Spannungsquelle: U steigt ⇒ I steigt ⇒ P steigt ⇒ T steigt ⇒ R sinkt ⇒ I steigt



Thermisch instabil

Stromquelle: I steigt ⇒ U steigt ⇒ P steigt ⇒ T steigt ⇒ R sinkt ⇒ U sinkt ⇒  
P sinkt ⇒ T sinkt

Thermisch stabil

## Plattenkondensator:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{D * A}{E * d} = \frac{\epsilon_0 * \epsilon_r * E * A}{E * d} = \epsilon_0 * \epsilon_r \frac{A}{d}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 * 10^{-12} \frac{F}{m} = \frac{As}{Vm}$$

$$Q = R * 2p * f * \epsilon_0 * \epsilon_r \frac{A}{d}$$

### Leistung und Energie:

$$\Delta W = \frac{C}{2} * (U^2(T_2) - U^2(T_1))$$

### Gütemaß:

$$Q(\text{Serienschaltung}) = \frac{P_B}{P_W} = \frac{I^2 * |x_C|}{I^2 * R_S} = \frac{1}{\omega R_S * C_S}$$

$$Q(\text{Parallschaltung}) = \frac{U^2}{|x_{CP}|} * \frac{R_P}{U^2} = \frac{R_P}{|x_{CP}|} = \omega R_P * C_P$$

$$Q = \frac{P_B}{P_W} = \frac{U * I * \sin \mathbf{r}}{U * I * \cos \mathbf{r}} = \tan \mathbf{r} \quad Q = \frac{1}{\tan \mathbf{d}} \quad \text{Verlustwinkel: } \mathbf{d} = 90^\circ - \mathbf{r} \\ \text{Verlustfaktor: } \tan \mathbf{d}$$

$$P = U * I = \text{Scheinleistung}$$

$$\text{Re}(P) = U * I * \sin \mathbf{d} = U * I * \cos \mathbf{r} = P_W = \text{Wirkleistung}$$

$$\text{Im}(P) = U * I * \cos \mathbf{d} = U * I * \sin \mathbf{r} = P_B = \text{Blindleistung}$$

$$Z_S = R_S - j * \frac{1}{\omega * C_S} \quad Y_S = \frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_S - j * \frac{1}{\omega * C_S}} = \frac{R_S + j * \frac{1}{\omega * C_S}}{R_S^2 + \frac{1}{(\omega * C_S)^2}}$$

$$Y_P = \frac{1}{R_P} + j \omega * C_P \quad Z_P = \frac{1}{Y_P} = \frac{1}{\frac{1}{R_P} + j \omega * C_P} = \frac{\frac{1}{R_P} - j \omega * C_P}{\frac{1}{R_P^2} + (\omega * C_P)^2}$$

### Ersatzschaltbilder: Umrechnungen nur für eine Frequenz!

$$R_S = \frac{\frac{1}{R_P}}{\left(\frac{1}{R_P}\right)^2 + \omega^2 * C_P^2}$$

$$G_P = \frac{R_R}{R_R^2 + \left(\frac{1}{\omega C_R}\right)^2}$$

$$Q_S = \frac{1}{\omega * R_S * C_S}$$

$$Q_P = \omega * R_P * C_P$$

$$R_S = \frac{R_P}{1 + \omega^2 R_P^2 C_P^2} \Rightarrow R_S = \frac{R_P}{1 + Q^2}$$

$$C_S = C_P * \frac{1 + Q^2}{Q^2} \approx C_P (Q \gg 10)$$

## Magnetfeld und Spule:

$$H = \frac{I}{2 * \mu * r}$$

$$\mu_0 = 4\pi * 10^{-7} \frac{Vs}{Am}$$

$$\vec{B} = \mu_0 * \vec{m} * \vec{H}$$

$$B = \mu_0 * \mu_r * N * I * \frac{1}{l}$$

$$[B] = \frac{Vs}{m^2}$$

$$\Phi = B * A$$

$$\Phi = \mu_0 * \mu_r * N * I * \frac{A}{l}$$

$$[L] = \frac{Vs}{A} = H$$

$$L = N^2 * A_L$$

$$U_i = N * \Phi = \underbrace{N^2 * \mu_0 * \mu_r * \frac{A}{l}}_{\text{Induktivität}(L)}$$

$$A_L = \mu_0 * \mu_r * \frac{A}{l}$$

## Induktionsgesetz:

$$B_{\max} = \frac{1}{N * A} \left( \int U dt \right)_{\max} = \frac{1}{N * A} * \left( \frac{\hat{U}}{\omega} \right)_{\max}$$

$$H_{\max} = N * I_{\max} * \frac{1}{L}$$

$$\hat{U}_{\max} = N * A * \omega * B_{\max}$$

$$U_{\text{eff max}} = \frac{1}{\sqrt{2}} * N * A * 2\pi * f * B_{\max}$$

f klein, damit kleine Spannung einsetzt

## Verluste in Spulen:

$$Q = \frac{\omega L_S}{R_S} \approx f$$

$$Q = \frac{R_P}{\omega L_P} \approx \frac{1}{f}$$

$$R_S = \frac{R_P}{1 + \left( \frac{R_P}{\omega L_P} \right)^2}$$

$$L_S = \frac{L_P}{1 + \left( \frac{\omega L_P}{R_P} \right)^2}$$

$$R_S = \frac{R_P}{1 + Q^2}$$

$$L_S = \frac{L_P}{1 + \frac{1}{Q^2}} = L_P * \frac{Q^2}{1 + Q^2}$$

$$R_S \approx \frac{R_P}{Q^2}$$

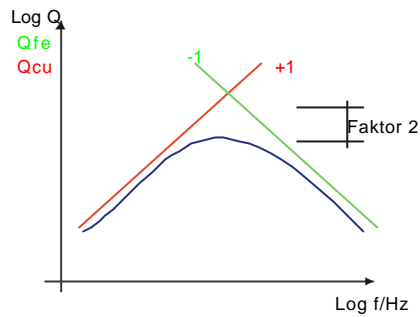
$$L_S \approx L_P$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_{Cu}} + \frac{1}{Q_{Fe}}$$

$$Q = \frac{Q_{Cu} * Q_{Fe}}{Q_{Cu} + Q_{Fe}}$$

$$\text{Güte\_Im pedanz : } Q = \frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}$$

### Physikalisches Ersatzschaltbild:



$$Q_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R_{Fe}}{R_{Cu}}} \quad f_{\max} = \frac{\sqrt{R_{Cu} * R_{Fe}}}{2p * L}$$

$$Q_{Cu} = \frac{wL}{R_{Cu}} \quad Q_{Fe} = \frac{R_{Fe}}{wL}$$

$$w_g = w_0 \sqrt{\frac{\frac{L}{C} - R * L^2}{\frac{L}{C} - R * C^2}}$$

### Spule mit Luftspalt:

$$L = A_L * N^2$$

$$L = \frac{1}{R'_{mag}} * N^2$$

$$N^2 = \frac{L * l}{m_0 * m * A}$$

$$R_{magE} = \frac{l_E}{m_0 * m * A}$$

$$R_{magL} = \frac{l_L}{m_0 * A}$$

$$R'_{mag} = \frac{R_E + l_L * m}{m_0 * m * A}$$

$$N * I = H_E * l_E + H_l * l_l$$

$$R'_{mag} = R_{magE} + R_{magL} = \frac{l_E}{m_0 * m * A} + \frac{l_L}{m_0 * A} = \frac{l_E * l_L * m}{m_0 * m * A}$$

### Trafo:

#### Induktionsgesetz :

$$U = N * \frac{d\mathbf{f}}{dt}$$

$$U = N * A * \frac{dB}{dt}$$

$N$  = Anzahl \_ der \_ Windungen

$\mathbf{f}$  = magnetische \_ Fluß

$A$  = Fläche

$B$  = Induktion

### Selbstinduktion:

$$U = L * \frac{dI}{dt}$$

$L = \text{Selbstinduktivität}$

$A_L = \text{magnetischer \_ Leitwert}$

$$L = N^2 * A_L$$

### Gegeninduktion:

$$U_1 = L_1 * \frac{dI_1}{dt} + M * \frac{dI_2}{dt}$$

$M = \text{Gegeninduktivität (Rechengröße)}$

$L_1 = \text{Selbstinduktivität \_ der \_ Spule1}$

$L_2 = \text{Selbstinduktivität \_ der \_ Spule2}$

$$U_2 = M * \frac{dI_1}{dt} + L_2 * \frac{dI_2}{dt}$$

$$M = \frac{\sqrt{L_1 * L_2}}{k}$$

$\text{Gilt \_ bei \_ gleichem \_ magnetischen \_ Leitwert}$

$$M = A_L * \frac{N_1 * N_2}{k}$$

### Trafo:

Verlustfreie Trafo: ( keine Kupfer- und Eisenverluste, aber Streufluß )

$$U_1 = N_1 * N_1 * A_L * \frac{dI_1}{dt} + N_1 * k * N_2 * A_L * \frac{dI_2}{dt}$$

$$U_2 = N_2 * k * N_1 * A_L * \frac{dI_1}{dt} + N_2 * N_2 * A_L * \frac{dI_2}{dt}$$

$$U_1 = L_1 * \frac{dI_1}{dt} + M * \frac{dI_2}{dt}$$

$$\underline{U}_1 = j\omega L_1 * \underline{I}_1 + j\omega M * \underline{I}_2$$

$$U_2 = M * \frac{dI_1}{dt} + L_2 * \frac{dI_2}{dt}$$

$$\underline{U}_2 = j\omega M * \underline{I}_1 + j\omega L_2 * \underline{I}_2$$



Sekundärleerlauf : (I<sub>2</sub> = 0)

$$\frac{U_2}{U_1} = k * \frac{N_2}{N_1} \qquad \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \qquad \ddot{u} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{k}{\ddot{u}}$$

Primär Leerlauf : (I<sub>1</sub> = 0)

$$\frac{U_1}{U_2} = k * \ddot{u}$$

Sekundärkurzschluß : (U<sub>2</sub> = 0)

$$\frac{I_2}{I_1} = -k * \ddot{u} = -k * \frac{N_1}{N_2}$$

Verlustfreier und streuungsfreier Trafo :

Sekundärleerlauf : (I<sub>2</sub> = 0)

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \qquad (k = 1)$$

Primär Leerlauf : (I<sub>1</sub> = 0)

$$\frac{U_1}{U_2} = \ddot{u}$$

Sekundärkurzschluß : (U<sub>2</sub> = 0)

$$\frac{I_2}{I_1} = -\ddot{u} = -\frac{N_1}{N_2}$$

Primärkurzschluß:

$$\frac{I_1}{I_2} = -\frac{1}{\ddot{u}}$$

### Idealer Trafo:

Definition: Streuungs- und verlußtfreier Trafo mit  $L_1$  und  $L_2 \rightarrow \infty$  (zB.  $A_L \rightarrow \infty$ )

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{\ddot{u}} \quad (\text{für alle Werte von } I_1, I_2)$$

$$\frac{I_2}{I_1} = -\frac{N_1}{N_2} = -\ddot{u} \quad (\text{für alle Werte von } U_1, U_2)$$

### Leistungsbilanz idealer Trafo:

$$P_1 = U_1 * I_1$$

$$P_2 = U_2 * I_2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 * I_2}{U_1 * I_1} = \frac{1}{\ddot{u}} * (-\ddot{u}) = -1$$

Der Trafo setzt weder Wirk- noch Blindleistung um.

$$\underline{Z_1} = \frac{\underline{U_2} * \frac{N_1}{N_2}}{-\underline{I_2} * \frac{N_2}{N_1}} = \underline{Z_2} * \frac{N_1^2}{N_2^2} = \underline{Z_2} * \ddot{u}^2$$

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{\underline{Z_1}}{\underline{Z_2}}}$$

### Leistungsanpassung :

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

$$k = \sqrt{1 - \mathbf{s}} \mid \text{mit } \mathbf{s} = \frac{L_1(Ks)}{L_1(Ll)}$$

$\sigma$  = Streufaktor

Bestimmung von:

$$K = \sqrt{1 - S}$$

$$\text{mit : } S = \frac{L_1(KS)}{L_1(LL)} = \frac{L_2(KS)}{L_2(LL)}$$

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{L_1(LL)}{L_2(LL)}}$$

$$\text{oder } \ddot{u} \text{ aus : } \frac{U_{2LL}}{U_{1LL}} = \frac{K}{\ddot{u}}$$

$$L_S = (1 - K) * L_{1LL}$$

$$L_H = K * L_{1LL}$$

$$R_{CU1}, R_{CU2} : \text{Widerstandsmessung bei } f = 0 \text{ Hz}$$

$$R_{Fe} : \text{aus Realeil von } Z_{1LL} \text{ oder aus Resonanz-Gütemessung}$$